原子力学会2019年秋の大会
リスク部会セッション
2019年9月11日富山大学

リスク評価におけるベイズ手法活用について

(3) ベイズ手法を用いた機器フラジリティ評価

東京大学
高田　孝

発表内容

- 機器フラジリティ
- 機器フラジリティ評価手法
- ベイズ更新手法
- ベイズ更新における考察
  - 情報量基準を用いた判断基準
  - 合理的なデータ取得に関する指標
- まとめ

機器フラジリティ

- フラジリティ

与えられた作用レベルに対して、建物・構築物、土木構造物及び機器・配管系が損傷する度合い*

*日本原子力学会、”断層変位に対するリスク評価と工学的な対応策”, 2017.

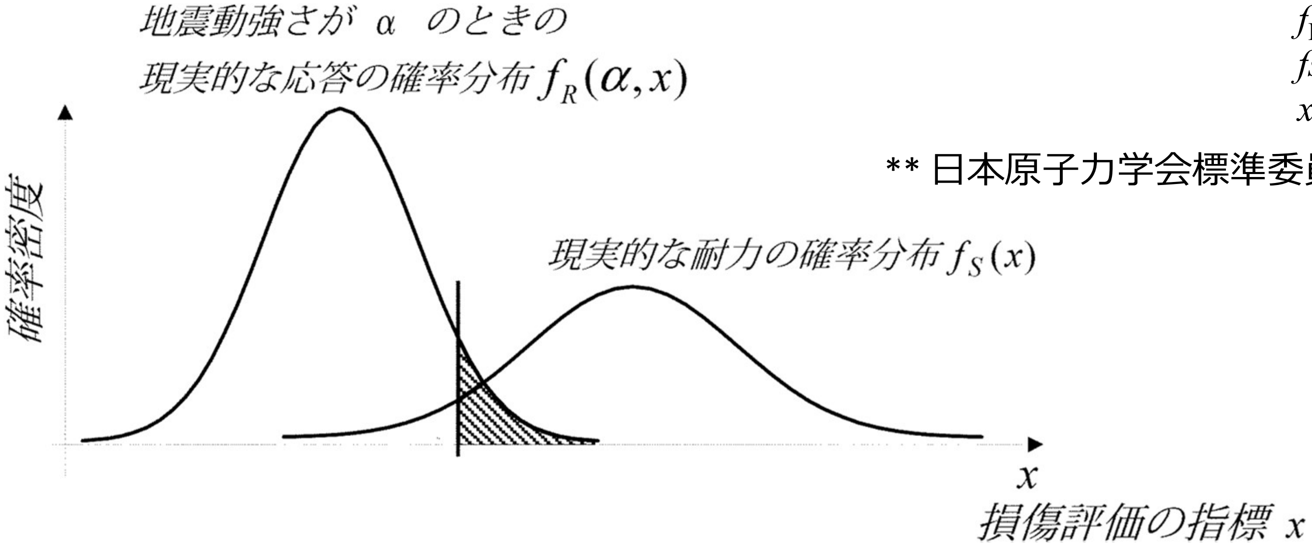
- フラジリティ曲線

作用レベル（応答）が損傷（耐力）を超える条件付の確率**

$$F(\alpha)=\int_0^{\infty} f_s(x_R)\left(\int_{x_R}^{\infty} f_R(\alpha,x_R)dx\right)dx_R=\int_0^{\infty} f_R(\alpha,x_R)\left(\int_0^{x_R} f_s(x_R)dx\right)dx_R$$

f_R ：応答の確率密度関数
fs ：耐力の確率密度関数
x ：評価指標（加速度等）

** 日本原子力学会標準委員会, AESJ-SC-P006:2015, 2015.



機器フラジリティ評価手法

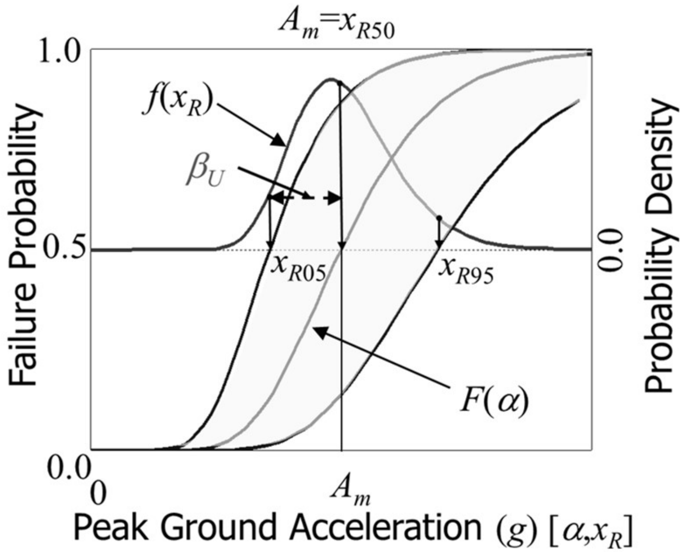
- 算出方法*
  - 現実的**耐力と現実的応答を用いる
  - 現実的耐力と応答係数を用いる
  - 耐力係数と応答係数を用いる

* 日本原子力学会標準委員会, AESJ-SC-P006:2015, 2015.

** 確率量として表されるもの

$$F(\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln(\alpha / A_m) + \Phi^{-1}\beta_U}{\beta_R}\right]$$

Φ ：標準正規確率分布関数
A_m ：耐力の中央値
β_U ：認識論的不確実さに対する対数標準偏差
β_R ：偶然的不確実さに対する対数標準偏差



耐力に関する不確実さβ_Uを低減させることによりフラジリティの不確実さも低減可能

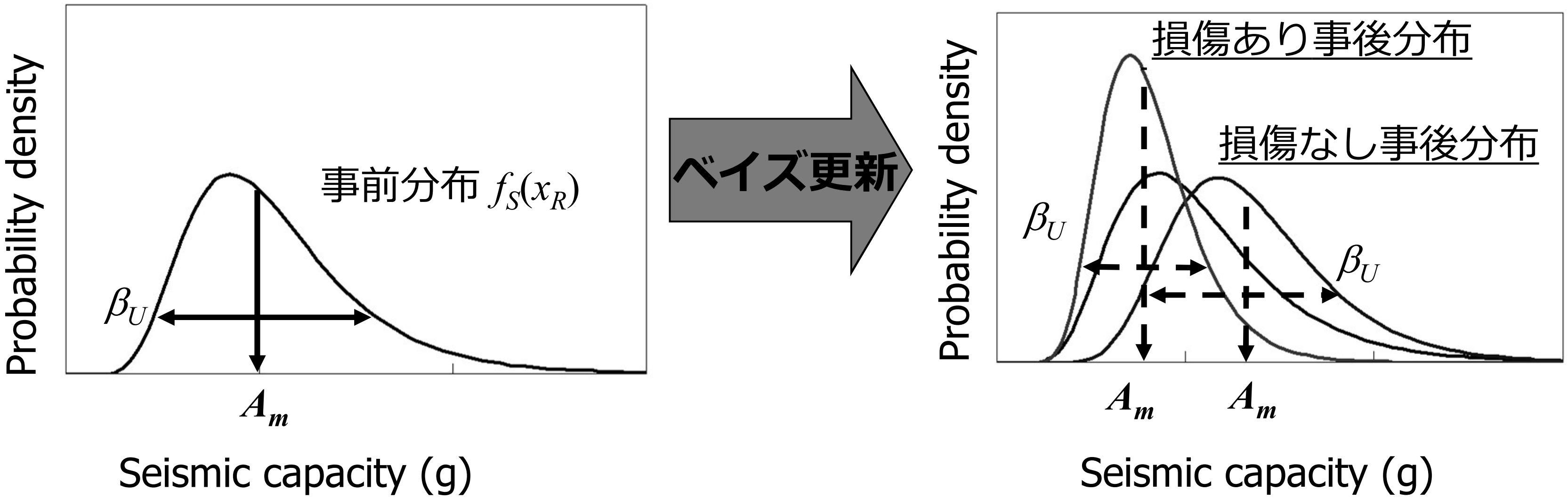
ベイズ更新手法（耐力確率密度関数）

$$f_S(x_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta_U x_R}\exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\frac{\ln(x_R / A_m)}{\beta_U}\right\}^2\right]$$ （耐力確率密度関数）

- ベイズ定理

$$f_S(x_R \mid E) = \frac{f_S(x_R)L(E \mid x_R)}{\int_0^{\infty} f_S(x_R)L(E \mid x_R)dx_R}$$

$f_S(x_R)$	:耐力x_Rの事前確率密度分布
E	:耐震振動試験結果(損傷なし/損傷あり)
$L(E\mid x_R)$	:尤度（ 試験結果の$f_S(x_R)$の条件付確率)
$f_S(x_R\mid E)$	:耐力x_Rの事後確率密度分布



ベイズ更新における考察

- ベイズ更新後の分布の近似曲線について

フラジリティ評価において、ベイズ更新後の確率密度分布の関数化は有効

⇩

判断基準をどうするか？

- ベイズ更新に効果的なデータについて

耐力は実験によりデータの拡充が可能（従来は耐久性に重点を置いた実験）

⇩

ベイズ更新への有効性の観点での合理的な実験とは？
データ取得に関する合理的な指標は？

情報量基準を用いた判断基準

- カルバック・ライブラー（K-L）情報量基準

真のモデルQと予測モデルPの間の距離を表す情報量基準

$$KL[Q(y):P(y)] = \int q(y)\ln\{q(y)/p(y)\}dy = E_Q[\ln\{q(y)\}] - E_Q[\ln\{p(y)\}]$$

$q(y)$	：真のモデルQ確率密度関数
$p(y)$	：予測モデルPの確率密度関数
E_Q	：確率分布Qに関する期待値

- 右辺第1項　$E_Q[\ln\{q(y)\}]$

  未知であるが一定値

- 右辺第2項 $-E_Q[\ln\{p(y)\}]$

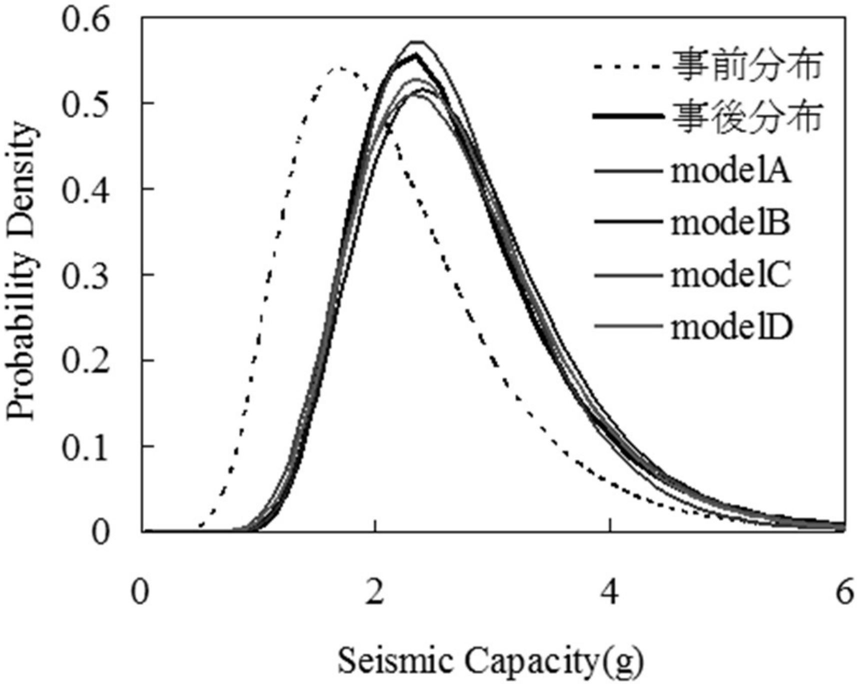
  平均対数尤度の絶対値が小さい（平均対数尤度の最大化）

  ほど真のモデルとの整合性が高い

- 判断基準としての平均対数尤度（エントロピー）

【判断基準】$= E_Q[\ln\{p(y)\}] = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln p(y_i)$

判断基準の評価



モデル	判断基準
A：5%分位点、中央値	-1.197
B：5%分位点、95%分位点	-1.193
C：平均値、分散	-1.192
D：最尤法*	-1.190

最尤法がもっとも良い
モデルと判断

$$* \quad \frac{\partial \ell(\theta)}{\partial \theta_i} = 0 \quad (i = 1,2,\cdots,p)$$

近似の妥当性に関する指標はより合理的な
モデルの選択に不可欠

合理的なデータ取得に関する指標

- 平均対数尤度を用いた情報エントロピー

$$E = -F(A \mid C)\ln F(A \mid C) - \{1 - F(A \mid C)\}\ln\{1 - F(A \mid C)\}$$

損傷あり　　　　　　　　　　　　損傷なし

Test Level	予想される結果	試験の重要性
High	**損傷あり**	小さい
Low	**損傷なし**	小さい
Medium	<u>不確かさが大きい</u>	<u>**大きい**</u>

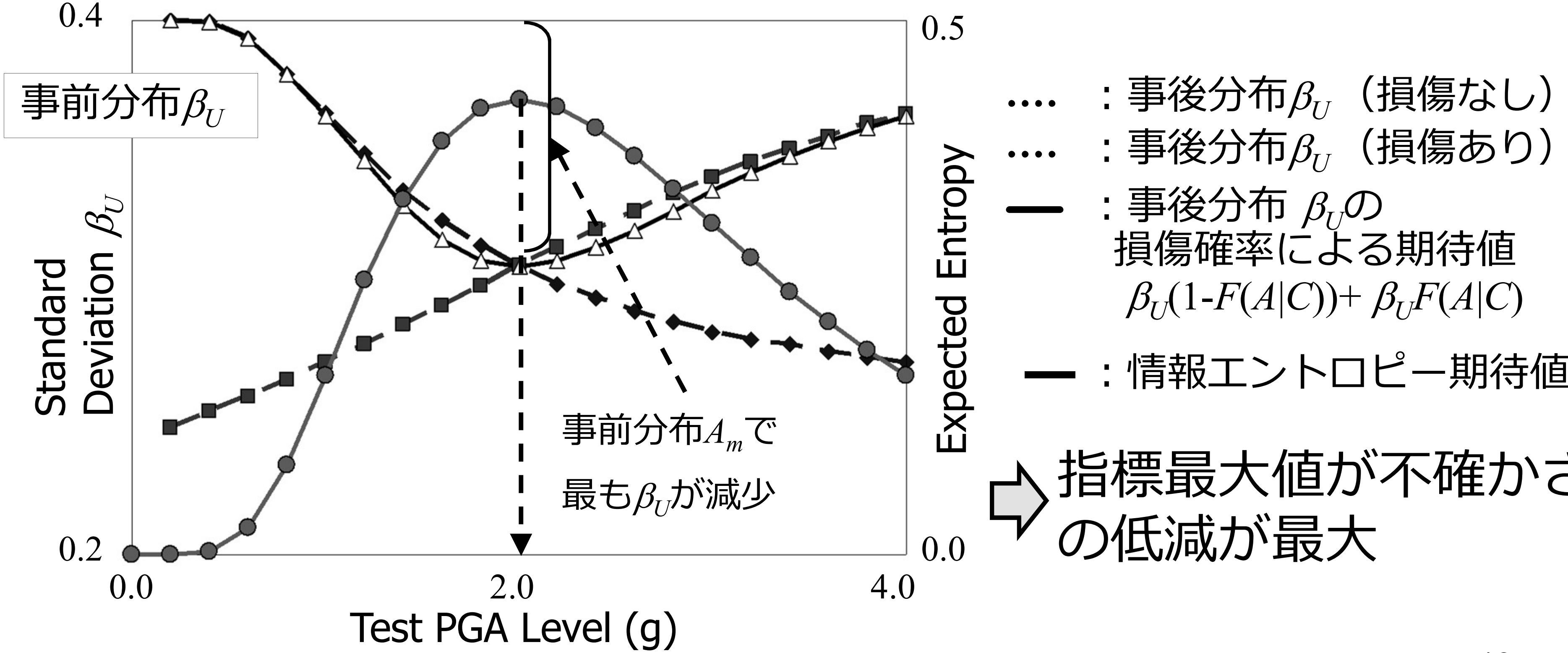
- 指標：情報エントロピーの期待値

$$\overline{E} = \int_0^{\infty} Ef(C)dy$$

f(C)　：情報エントロピーの確率密度関数

指標の評価（１）

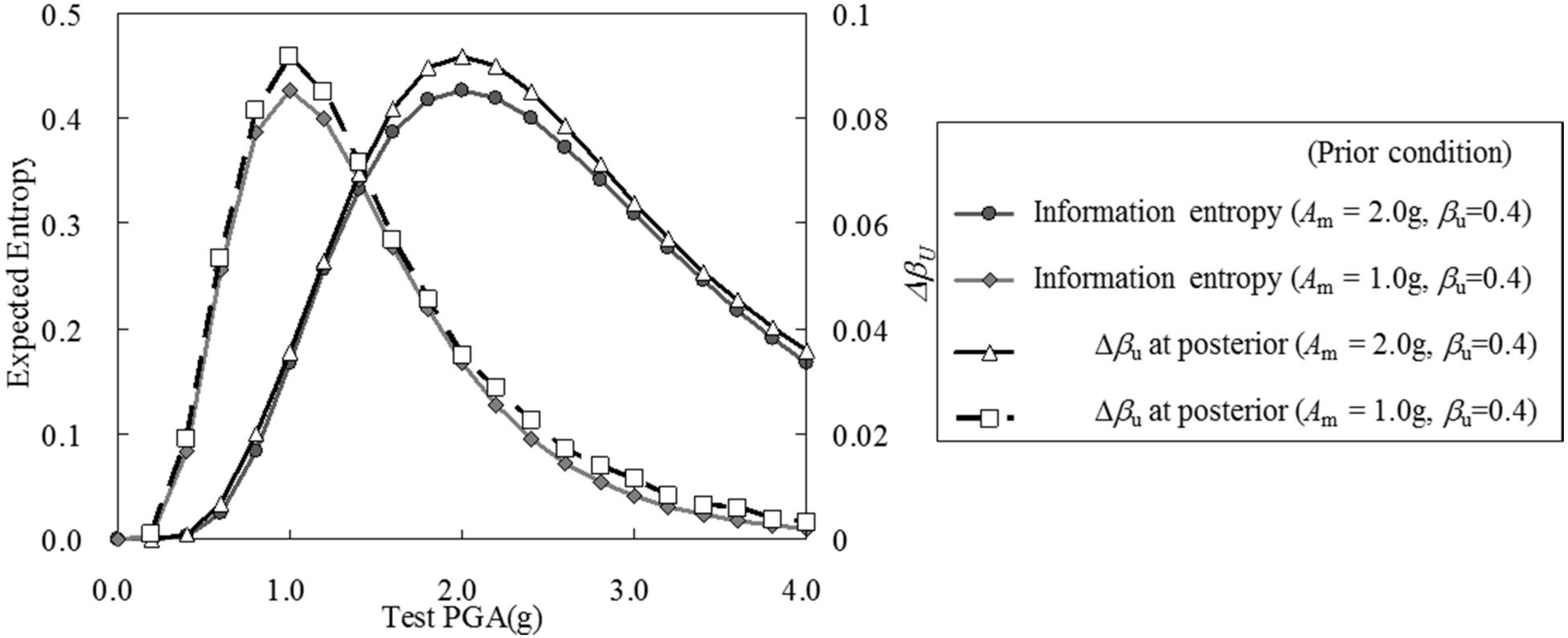
- 事前分布(A_m, β_U)=(2.0,0.4)
  - ある加速度で1回行った振動試験結果を用いて、ベイズ更新を行った後のβ_U
  - ある加速度の振動試験１回での情報エントロピー期待値



⇨ 指標最大値が不確かさの低減が最大

指標の評価（２）

- 異なる条件での評価



指標としての情報エントロピーの期待値は有効
ベイズ更新に有効な実験条件の提案
（他の指標検討も含め）

まとめ

フラジリティ評価におけるベイズ手法の適用

- 更新後の確率分布を既存手法に適用するためには関数の近似が必要

⇒ 定量的な評価基準の確立

- ベイズ手法における新たな情報として用いられる実験研究が重要

⇒効果的な実験を選定するための情報量基準の確立

ベイズ手法を効果的に適用するためには、単にデータからの更新を行うだけでなく、効果的な更新方法の検討が重要となる

ご清聴、ありがとうございました。