日本原子力学会2019年秋の大会
リスク部会セッション

リスク評価におけるベイズ手法活用について
Bayesian Approach to Risk Quantification

（1）ベイス流アプローチのリスク評価への応用
(1) Bayesian Approach to Risk Quantification

山口　彰

yamaguchi@n.t.u-tokyo.ac.jp

決定論、頻度論、確率論（不確か論）

- 決定論的方法
  - 証拠があれば安全
  - 証拠がなければ非安全
- 頻度論的方法（BEPU、CSAU、検定）
  - 確率（頻度）がP以下であれば安全
  - データがなければ評価できない
- 不確か論的方法（Bayes流の方法）：ALARP
  - 証拠の質と量に応じて公正に適切に判断
  - 証拠やデータがなければ知識を総動員
  - 新たに得られた情報を逐次取り込みながら継続評価
  - 稀なシナリオも棄却しない

ベイズ（Bayes）の定理

$$\mathrm{P}(\mathrm{H_n}|\mathrm{E}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{H_n}) \times \mathrm{P}(\mathrm{E}|\mathrm{H_n})}{\sum_m \mathrm{P}(\mathrm{H_m}) \times \mathrm{P}(\mathrm{E}|\mathrm{H_m})}$$

$\mathrm{H_n}$: 関心のある問題（仮説）
E: エビデンス（データ）
$\mathrm{P}(\mathrm{H_n}|\mathrm{E})$: 事後分布（エビデンス取得後の確信の度合い）
$\mathrm{P}(\mathrm{H_n})$: 事前分布（仮説に対する確信の度合い）
$\mathrm{P}(\mathrm{E}|\mathrm{H_n})$: 尤度関数（仮説のもとでエビデンスが発生する確率）

事前分布：あらゆる知識の集約→専門知識・判断
尤度関数：物理を表す法則→モデル
エビデンス：あらゆる取得可能な情報→データ

ベイズの定理の導出

Bayesの式

$$\mathrm{P(H_n, E) = P(H_n) \times P(E|H_n)} \qquad \mathrm{P(H_n, E) = P(E) \times P(H_n|E)}$$

$$\mathrm{P(H_n|E)} = \frac{\mathrm{P(H_n) \times P(E|H_n)}}{\mathrm{P(E)}}$$

$$\mathrm{P(E)} = \sum_{m} \mathrm{P(H_m) \times P(E|H_m)}$$

$$\mathrm{P(H_n|E)} = \frac{\mathrm{P(H_n) \times P(E|H_n)}}{\sum_{m} \mathrm{P(H_m) \times P(E|H_m)}}$$

“知りたいこと”と“知っていること”

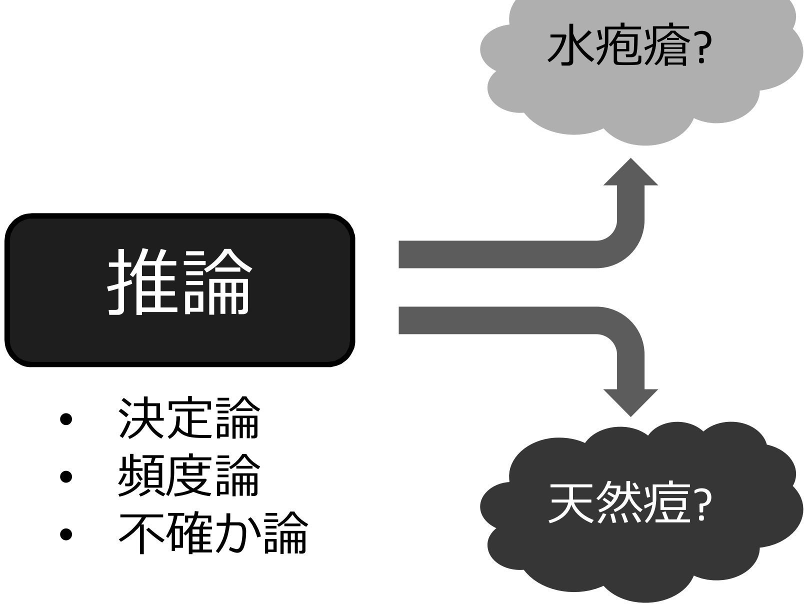
- 天然痘の患者であれば、90%はこの症状（発疹）が現れる・・・確率（症状｜天然痘）＝90%
- この症状（発疹）が現れたとき、天然痘である可能性はきわめて低い・・・確率（天然痘｜症状）＝1.1%

- 意思決定に “役に立つ確率”は何か

天然痘は紀元前より、伝染力が非常に強く死に至る疫病 として人々から恐れられていた。また、治癒した場合でも顔面に醜い瘢痕が残るため、江戸時代には「美目定めの病」と言われ、忌み嫌われていたとの記録がある。

最尤法（頻度論）

- 一般の知識にもとづく推定
  - 天然痘の患者の90%は発疹ができる
  - 水疱瘡の患者の80%は発疹ができる
  - 一般人：天然痘と水疱瘡は同じくらい確かだが・・・
  - 最尤法（尤度最大：頻度論）によれば天然痘であろう
- 専門家の事前知識
  - 水疱瘡はよくある病気だが天然痘はまれ



ベイズの定理の応用

- 病気の統計データによれば、

$$\mathrm{P}(\text{天然痘}) = 0.0011 \qquad \mathrm{P}(\text{水疱瘡}) = 0.1$$

$$\mathrm{P}(\text{天然痘}|\text{発疹}) = \frac{\mathrm{P}(\text{発疹}|\text{天然痘}) \times \mathrm{P}(\text{天然痘})}{\mathrm{P}(\text{発疹})}$$

$$\mathrm{P}(\text{水疱瘡}|\text{発疹}) = \frac{\mathrm{P}(\text{発疹}|\text{水疱瘡}) \times \mathrm{P}(\text{水疱瘡})}{\mathrm{P}(\text{発疹})}$$

- ベイズの方法は正解を教えてくれるものではない、
  - いくつかの候補の中から、最も確からしいものを、それぞれの候補の確率とともに、最善の知識を反映して示してくれるもの

ベイズ推論

- 水疱瘡　θ_c
- 天然痘　θ_s
- 発疹　x

水疱瘡?

$$p(\theta_c) = 0.1$$

$$\mathcal{L}(x|\theta_c) = 0.8$$

ベイズ推論

$$\mathcal{L}(x|\theta_s) = 0.9$$

$$p(\theta_s) = 0.0011$$

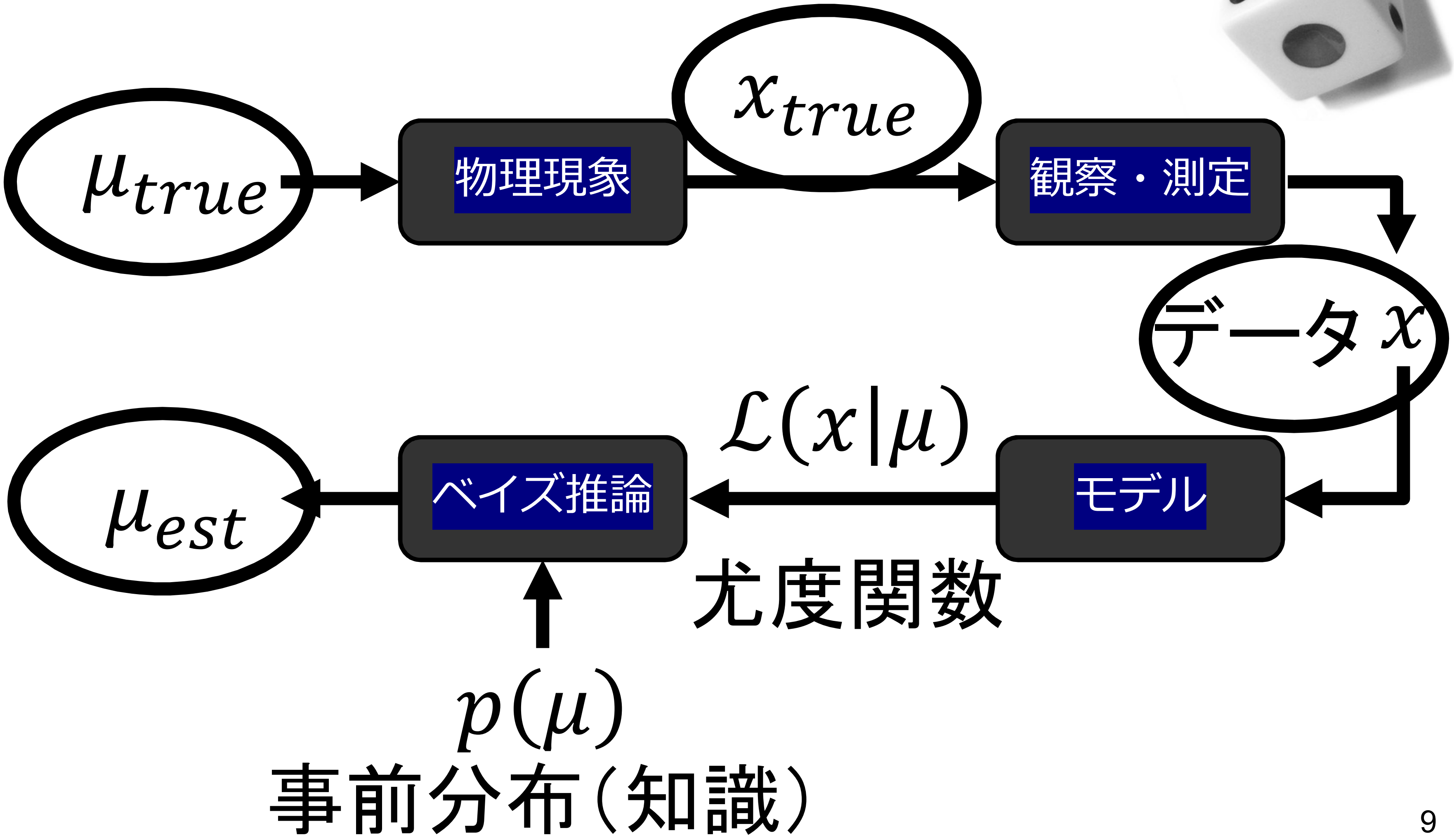
天然痘?

$$p(\theta_c|x) = \mathcal{L}(x|\theta_c)\,p(\theta_c)/p(x) = 0.988$$

$$p(\theta_s|x) = \mathcal{L}(x|\theta_s)\,p(\theta_s)/p(x) = 0.011$$

バイアスの推定

- 仮説：サイコロは６回に１回は１が出る



頻度論とベイズ法（尤度関数）

- 平均値が与えられた時のデータx_iが得られる確率

$$p(x_i|\mu) = ke^{-(x_i-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

- このデータの平均値は正規分布に従い、その平均値はμ、標準偏差は$\sigma_n = \sigma/\sqrt{n}$

$$p(\mathbf{x}|\mu) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i|\mu) = \prod_{i=1}^{n} ke^{-(x_i-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

頻度論とベイズ法（事後分布）

- ベイズの式：平均値についての事前情報がなければ、ある範囲で$p(\mu)$は一定と考えられる

$$p(\mu|x_i) = p(x_i|\mu)\,p(\mu)/p(x_i)$$

- すると右辺の$p(\mu)/p(x_i)$は、ある観察されたx_iについて一定とみなすことができる

$$p(\mu|x_i) = c_\mu p(x_i|\mu) = c_\mu k e^{-(x_i-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

- 観測されるデータは互いに独立なので

$$p(\mu|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} c_\mu\, k e^{-(x_i-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

頻度論とベイズ法は一致する

$$\log p(\mu|\mathbf{x}) = \log \prod_{i=1}^{n} p(x_i|\mu)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \log\left\{c_\mu k e^{-(x_i-\mu)^2/\left(2\sigma^2\right)}\right\}$$

$$= \kappa - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}$$

- 用いた仮定は
  - 事前分布が一様分布
  - 測定データが互いに独立
  - 誤差の標準偏差が全てのデータについて一定

ベイズ法について

- 決定論は“主観法”、頻度論は“データ法”
- データがあればベイズ法と頻度論は一致する
- ベイズ法は知識や主観を定量的に可測化する

- ベイズ法は、データを“知りたいこと”に変換するプロセス
  - 発疹がでたときに、天然痘である確率
  - データがあるとき、サイコロにバイアスがある確率
- ベイズ論は、全ての可能性を排除しない
  - 棄却せず、事後確率で数値化する

応用例（バックフィット）

- バックフィットの必要性・合理性（ALARP）
  - 問題はないことを示すデータが必要である
  - そのようなデータは存在しない →データ x を取得

$p(\theta_S)$ 問題なし

$\mathcal{L}(x|\theta_S)$

問題の証拠が見つからない

ベイズ推論

$\mathcal{L}(x|\theta_{\bar{S}})$

$p(\theta_{\bar{S}})$ 問題あり

$$p(\theta_S|x) = \mathcal{L}(x|\theta_S)\,p(\theta_S)/p(x) \approx p(\theta_S)$$

$$p(\theta_{\bar{S}}|x) = \mathcal{L}(x|\theta_{\bar{S}})\,p(\theta_{\bar{S}})/p(x) \approx p(\theta_{\bar{S}})$$

安全の証拠をいつまで探せばよいか

- 知りたいこと：安全でない確率
  - 安全の証拠が見つからない時、安全でない確率
- やっていること：安全と断言できない確率
  - データ：安全の証拠が見つからない
  - 安全の証拠が見つからないのだから、安全でない

- 事前
  - 安
- 尤度
  - 安
- 事後確率
  - 安全の証拠が見つからない時、安全でない確率

Bayes法は、ALARPの考えかたに従い、知りたいことに関する判断の根拠となり確率を与える

まとめ

- ベイズ法は対策の必要性と合理性を評価できる（ALARA）
- 多様な判断を排除せず、それらの相対的重要度を評価する（フェア）
- 本当に知りたいことは証拠がない場合に安全である確率
  - 安全でない証拠があるとき安全でない
  - 安全の証拠があるとき安全である
  - 安全でない証拠がないときわからない→正しい
  - 安全の証拠がないとき安全でない→予防原則の濫用
    - 天然痘でないという証拠がないなら、天然痘である
    - 台風がこないという証拠がないなら、台風が来る
- ベイズ法はあらゆる知識やデータを、知りたい有用な知見に変換し、ALARPによる判断を具現できる方法であり、かつ低確率の事象をも否定せず、監視を続ける方法